การจัดลำดับงานและกำหนดการผลิตงาน

(Job Sequencing and Scheduling)

การจัดลำดับงานและกำหนดการผลิตงาน (Job Sequencing and Scheduling) เป็นการวางแผนว่า แรงงาน เครื่องจักร อุปกรณ์ใด จะต้องใช้ในงานใด เพื่อให้เกิดประโยชน์ต่อองค์กรมากที่สุด วัตถุประสงค์ของการจัดลำดับงานมีดังต่อไปนี้

- ผลิตให้สามารถส่งได้ทันตามกำหนด
- ทำให้งานที่ส่งไม่ทันและ/หรือเวลาที่ส่งไม่ทันน้อยที่สุด
- ทำให้เวลาในการตอบสนองต่อลูกค้าสั้นที่สุด
- ทำให้เวลาในการดำเนินการเสร็จสั้นที่สุด
- ทำให้เวลาของงานในระบบสั้นที่สุด
- ลดการทำงานล่วงเวลา
- ทำให้อัตราการใช้ประโยชน์ของแรงงาน เครื่องจักร อุปกรณ์สูง
- ลดเวลาว่างงานของแรงงาน เครื่องจักร อุปกรณ์
- ลดงานที่อยู่ระหว่างการผลิต

Terminology Used in Job Scheduling Technique

- ***เวลาในการดำเนินการ (Processing Time : t_i)*** คือ เวลาที่คาดว่าจะใช้ในการดำเนินการของงาน i ตั้งแต่เริ่มจนกระทั่งสำเร็จ เวลาที่คาดการณ์นี้ควรรวมเวลาในการเตรียมก่อนการดำเนินการ (Setup) ด้วย
- ***กำหนดส่ง (Due Date : d_i)*** คือ กำหนดที่งาน i ต้องส่งให้กับลูกค้า ถ้าไม่สามารถส่งได้ตามกำหนด จะนับเป็นการส่งงานไม่ทัน และอาจต้องจ่ายค่าปรับ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับข้อตกลงระหว่างองค์กรและลูกค้า
- ***จำนวนหน่วยเวลาที่เบี่ยงเบนไปจากกำหนดส่ง (Lateness : L_i)*** คือ ความเบี่ยงเบนระหว่างกำหนดส่งงาน (d_i) กับเวลาที่งานเสร็จสมบูรณ์ ดังนั้น $L_i = C_i - d_i$ และมีค่าเป็นบวกถ้างานเสร็จไม่ทันกำหนด ในทางตรงกันข้าม ค่านี้จะมีค่าเป็นลบถ้าเสร็จก่อนกำหนดส่งงาน
- ***จำนวนเวลาส่งล่าช้า (Tardiness : T_i)*** คือ การวัดจำนวนหน่วยเวลาที่เบี่ยงเบนไปจากกำหนดส่ง (L_i) เป็นบวก หรือ $T_i = \max\{0, L_i\}$
- ***เวลาเหลือ (Slack : SL_i)*** เป็นการวัดเวลาที่เหลือก่อนกำหนดส่งงาน เพื่อตรวจสอบว่าเพียงพอต่อการดำเนินการให้ทันเวลาหรือไม่ โดย $SL_i = d_i - t_i$ ถ้าเป็นบวก แสดงว่ายังมีเวลาเพียงพอที่จะดำเนินการผลิตให้ทันตามกำหนดส่ง ถ้าเป็นลบ แสดงว่างาน i จะไม่สามารถเสร็จตามกำหนดได้
- ***เวลางานเสร็จ (Completion Time : C_i)*** คือ เวลาที่งาน i เสร็จสมบูรณ์
- ***เวลางานในกระบวนการ (Flow Time : F_i)*** คือ ช่วงเวลาตั้งแต่งานเข้าสู่ระบบการผลิตจนกระทั่งเสร็จและส่งให้กับลูกค้าต่อไป ดังนั้น F_i จึงเท่ากับผลรวมของ t_i และเวลาที่งานต้องรอที่แต่ละสถานีงาน

Job Sequencing and Scheduling Techniques

การจัดลำดับงานในบทนี้จะกล่าวถึงหลักการเบื้องต้น 2 กรณีคือ การจัดลำดับงานจำนวน n งานบนเครื่องจักร 1 เครื่อง และการจัดลำดับงานจำนวน n งานบนเครื่องจักร m เครื่อง รายละเอียดมีดังที่อธิบายในหัวข้อต่อไป

1. การจัดลำดับงานจำนวน n งานบนเครื่องจักร 1 เครื่อง

ความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้อง

$$M_s = \sum_{t=1}^{n} t_i \qquad (7.1)$$

เมื่อกำหนดให้ M_s = เวลาในการทำงานรวม (Make Span)

t_i = เวลาในการผลิต (Processing Time) ของงานที่ i

เวลาในการผลิตจะรวมถึงเวลาในการผลิตและการเตรียม (Setup) ของแต่ละงานด้วย ซึ่งถ้างานทุกงานพร้อมที่จะนำเข้าทำงานได้ ณ เวลาเริ่มต้นที่จัดลำดับการทำงาน เวลาของงานแต่ละงานในกระบวนการผลิต (Flow Time : F_i) จะเท่ากับเวลาที่งานนั้นๆ เสร็จ (Completion Time : C_i) ค่าเฉลี่ยของเวลาของงานในระบบ (Mean Flow Time : $\bar{F}$) คำนวณได้จากสมการที่ (7.2)

$$\bar{F} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} F_i \qquad (F_i = t_i + \text{waiting_time}_i) \qquad (7.2)$$

ถ้ากำหนดงานทุกงานเริ่มนับจากเวลา T = 0.00 จะประเมินเวลาคลาดเคลื่อนของงานเสร็จ (Lateness : L_i) จากกำหนดส่งงาน (Due Date : d_i) ได้จากสมการที่ (7.3)

$$L_i = C_i - d_i \qquad (7.3)$$

ถ้ากำหนดงานทุกงานเริ่มนับจากเวลา T = 0.00 จะประเมินเวลาคลาดเคลื่อนของงานเสร็จ (Lateness : L_i) จากกำหนดส่งงาน (Due Date : d_i) ได้จากสมการที่ (7.3)

$$L_i = C_i - d_i \tag{7.3}$$

และหน่วยเวลาที่งานแต่ละงานจะส่งไม่ทันกำหนด (Tardiness : T_i) เกิดขึ้นจากเมื่อเวลาคลาดเคลื่อนของงานเสร็จมากกว่าศูนย์ หรืองานเสร็จหลังจากกำหนดส่งได้ผ่านไปแล้ว ซึ่งแสดงได้ดังสมการที่ (7.4)

$$T_i = \max(0, C_i - d_i) \tag{7.4}$$

ดังนั้นค่าเฉลี่ยของเวลาคลาดเคลื่อนของงานเสร็จ (Mean Lateness : $\bar{L}_i$) และหน่วยเวลาที่งานแต่ละงานจะส่งไม่ทันกำหนด (Mean Tardiness : $\bar{T}_i$) จึงหาได้จากสมการที่ (7.5) และสมการที่ (7.6)

$$\bar{L} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} L_i \tag{7.5}$$

$$\bar{T} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_i \tag{7.6}$$

จำนวนงานที่ส่งไม่ทันคำนวณได้จากสมการที่ (7.7)

$$N_T = \sum_{i=1}^{n} \delta_i \tag{7.7}$$

เมื่อ $\delta_i = 1$ ถ้า $T_i > 0$ และเป็นศูนย์ ถ้า $T_i \leq 0$

นอกจากนี้ เรายังอาจสนใจในค่าสูงสุดของหน่วยเวลาคลาดเคลื่อนของงานเสร็จ และหน่วยเวลาที่งานแต่ละงานจะส่งไม่ทันกำหนด ซึ่งคำนวณได้จากสมการที่ (7.8) และสมการที่ (7.9) ดังต่อไปนี้

$$T_{max} = \max_{\forall i \text{ in } n}\left\{0, L_{max}\right\} \tag{7.8}$$

$$L_{max} = \max_{\forall i \text{ in } n}\left\{L_i\right\} \tag{7.9}$$

1.1 การจัดลำดับงานโดยวิธี เวลาในการผลิตสั้นที่สุด (Shortest Processing Time : SPT)

เป็นวิธีจัดลำดับงานเพื่อให้เวลาเฉลี่ยของงานในระบบ (Mean Flow Time) มีค่าน้อยที่สุด

เมื่อต้องการจัดลำดับงานจำนวน n งานที่ต้องผ่านเครื่องจักร 1 เครื่อง สามารถจัดลำดับงานให้มีเวลาเฉลี่ยในระบบน้อยที่สุดได้โดยจัดให้งานที่มีเวลาในการผลิตน้อยที่สุดเข้าทำงานก่อนตามลำดับ หรือการจัดลำดับโดยให้ :

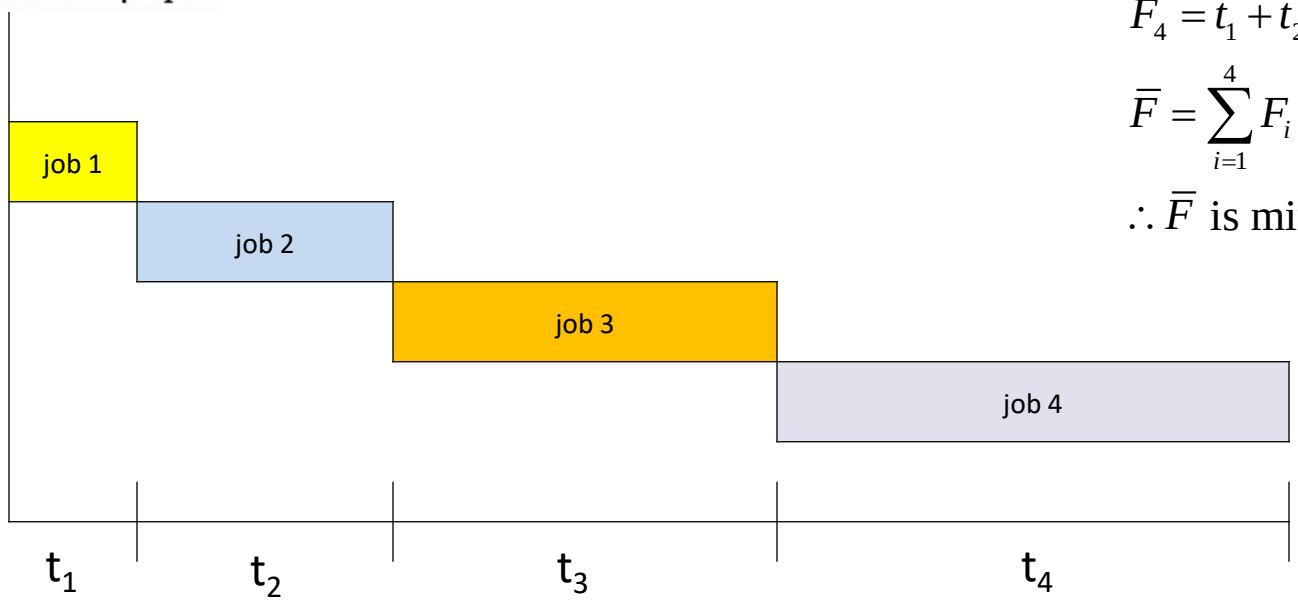
$$t_{[1]} \le t_{[2]} \le t_{[3]} \le \ldots \le t_{[n]}$$

$$\bar{F} = \frac{1}{n}\left[nt_{[1]} + (n-1)t_{[2]} + \ldots + 2t_{[n-1]} + t_{[n]}\right] \qquad (7.11)$$

หรือ

$$\bar{F} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C_i$$ เมื่องานทุกงานเริ่มต้นที่เวลา T = 0 (7.12)

$$F_1 = t_1$$
$$F_2 = t_1 + t_2$$
$$F_3 = t_1 + t_2 + t_3$$
$$F_4 = t_1 + t_2 + t_3 + t_4$$
$$\bar{F} = \sum_{i=1}^{4} F_i = \frac{4t_1 + 3t_2 + 2t_3 + t_4}{4}$$
$$\therefore \bar{F} \text{ is minimum when } t_1 \le t_2 \le t_3 \le t_4$$



ตัวอย่างที่ 7.2 การจัดลำดับงานตามกฎ SPT

จงจัดลำดับงานทั้ง 8 งาน ดังแสดงในตารางที่ 7.4 บนเครื่องจักร 1 เครื่อง เพื่อให้เวลาของงานเฉลี่ยในระบบมีค่าต่ำที่สุด

ตารางที่ 7.4 เวลาการผลิต

งาน	เวลาในการผลิต (Processing Time)
1	5
2	8
3	6
4	3
5	10
6	14
7	7
8	3

$$\bar{F} = \frac{1}{8}[3 + 6 + 11 + 17 + 24 + 32 + 42 + 56]$$
$$= 23.875$$

ตารางที่ 7.5 ลำดับการจัดงานตามกฎ SPT

งาน	เวลาในการผลิต (Processing Time)	เวลาที่งานออกจากเครื่อง (Completion Time; C_i)
4	3	3
8	3	6
1	5	11
3	6	17
7	7	24
2	8	32
5	10	42
6	14	56
รวม		191

นอกจากนี้ การจัดลำดับงานตามกฎของ SPT ยังทำให้จำนวนหน่วยเวลาที่ส่งงานไม่ทันเฉลี่ย (Mean Lateness) มีค่าต่ำที่สุดด้วย การพิสูจน์ผู้อ่านสามารถศึกษาได้จากหนังสือของ Bedworth and Bailey (1987)

ตัวอย่างที่ 7.3 การจัดลำดับงานตามกฎ SPT

จงจัดลำดับงานทั้ง 8 งาน ดังแสดงในตารางที่ 7.6 บนเครื่องจักร 1 เครื่อง เพื่อให้จำนวนหน่วยเวลาที่ส่งงานไม่ทันเฉลี่ย (Mean Lateness) มีค่าต่ำที่สุด

ตารางที่ 7.6 ข้อมูลของงาน

งาน	เวลาในการผลิต (Processing Time)	กำหนดส่งงาน (Due Date)
1	5	15
2	8	10
3	6	15
4	3	25
5	10	20
6	14	40
7	7	45
8	3	50

ลำดับงานตามกฎของ SPT ได้ 4-8-1-3-7-2-5-6 และเวลาที่งานแต่ละงานออกจากเครื่องจักร และเวลางานส่งไม่ทัน ดังแสดงในตารางที่ 7.7

ตารางที่ 7.7 ลำดับการจัดงานตามกฎ SPT

งาน	เวลาในการผลิต (Processing Time)	เวลาที่งานออกจากเครื่อง (Completion Time : C_i)	กำหนดส่ง (Due Date : d_i)	จำนวนชั่วโมงที่ส่งไม่ทัน (Lateness : L_i)
4	3	3	25	–22
8	3	6	50	–44
1	5	11	15	–4
3	6	17	15	2
7	7	24	45	–21
2	8	32	10	22
5	10	42	20	22
6	14	56	40	16
	รวม	191		–29

เวลางานส่งไม่ทัน คำนวณจาก $C_i - d_i$ ซึ่งค่าที่ติดลบบ่งบอกว่าส่งงานเสร็จก่อนเวลา และเวลางานส่งไม่ทัน โดยเฉลี่ยของทุกงานมีค่าเท่ากับ –29/8 = –3.625 ชั่วโมง

1.2 การจัดลำดับงานโดยวิธี เวลาในการผลิตสั้นที่สุดแบบถ่วงน้ำหนัก (Weighted Shortest Processing Time : WSPT)

งานที่มีความสำคัญมากกว่า เราจะให้ค่าน้ำหนักมากกว่า และจะจัดลำดับงานให้ค่า weighted mean flow time มีค่าน้อยที่สุด

$$\bar{F}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i F_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \qquad (7.13)$$

สมการที่ (7.13) นี้ใช้กับสถานการณ์การจัดลำดับงานจำนวน n งานบนเครื่องจักรเครื่องเดียว และงานที่ i มีความสำคัญ w_i การจัดลำดับทำได้โดยการเรียงลำดับงานจากสัดส่วนระหว่างเวลาในการผลิตของงานที่ i กับน้ำหนักความสำคัญของงานนั้นๆ จากน้อยไปหามาก ดังนี้

$$\frac{t_{[1]}}{w_{[1]}} \le \frac{t_{[2]}}{w_{[2]}} \le \frac{t_{[3]}}{w_{[3]}} \le \ldots \le \frac{t_{[n]}}{w_{[n]}}$$

การพิสูจน์ว่าการจัดลำดับงานแบบนี้จะทำให้ค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของเวลาในระบบมีค่าน้อยที่สุดทำได้ในทำนองเดียวกันกับการพิสูจน์ของกฎ SPT

ตัวอย่างที่ 7.4 การจัดลำดับงานตามกฎ WSPT

จงจัดลำดับงานทั้ง 8 งาน ดังแสดงในตารางที่ 7.8 บนเครื่องจักร 1 เครื่อง เพื่อให้ค่าเฉลี่ยแบบถ่วงน้ำหนักของเวลาในระบบมีค่าน้อยที่สุด

ตารางที่ 7.8 ข้อมูลของงาน

งาน	เวลาในการผลิต (ชั่วโมง) (Processing Time : t_i)	ความสำคัญ (Importance : w_i)	t_i/w_i
1	5	1	5.0
2	8	2	4.0
3	6	3	2.0
4	3	1	3.0
5	10	2	5.0
6	14	3	4.7
7	7	2	3.5
8	3	1	3.0

ลำดับงานตามกฎของ WSPT ได้ 3-4-8-7-2-6-1-5 และมีเวลาของงานในระบบโดยเฉลี่ยเท่ากับ 27 ชั่วโมง ดังแสดงในตารางที่ 7.9

ตารางที่ 7.9 ลำดับงานตามกฎของ WSPT

งาน	เวลาในการผลิต (Processing Time : t_i)	ความสำคัญ (Importance : w_i)	t_i/w_i	เวลาที่งานออกจากเครื่อง (Completion Time : C_i)
3	6	3	2	6
4	3	1	3	9
8	3	1	3	12
7	7	2	3.5	19
2	8	2	4	27
6	14	3	4.7	41
1	5	1	5	46
5	10	2	5	56
	รวม	15		เฉลี่ย = 27.000

จะได้

$$\bar{F}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i F_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{412}{15} = 27.47 \text{ ชั่วโมง}$$

1.3 การจัดลำดับงานโดยวิธี กำหนดส่งเร็วสุดเข้าทำงานก่อน (Earliest Due-Date : EDD)

ลำดับงานแบบนี้ช่วยให้วันที่งานเสร็จเบี่ยงเบนไปจากกำหนดส่งมากที่สุดต่ำที่สุด (Minimize the Maximum Task Lateness) และทำให้จำนวนวันที่งานส่งไม่ทันกำหนดมากที่สุดสั้นที่สุด (Minimize the Maximum Task Tardiness) แต่ข้อเสียก็คือ การจัดแบบนี้มีแนวโน้มที่จะทำให้จำนวนงานที่ส่งไม่ทันกำหนดเพิ่มขึ้น กฎนี้ให้จัดลำดับงานก่อน-หลังโดยเลียงลำดับ $d_{[1]} \leq d_{[2]} \leq d_{[3]} \leq \ldots \leq d_{[n]}$

Minimum L_{max}
Minimum T_{max}

ตัวอย่างที่ 7.5 การจัดลำดับงานตามกฎ EDD

จงจัดลำดับงานทั้ง 8 งาน ดังแสดงในตารางที่ 7.10 บนเครื่องจักร 1 เครื่อง ตามกฎ EDD

ตารางที่ 7.10 ข้อมูลงาน

งาน	เวลาในการผลิต (Processing Time)	กำหนดส่งงาน (Due Date)
1	5	15
2	8	10
3	6	15
4	3	25
5	10	20
6	14	40
7	7	45
8	3	50

ลำดับงานตามกฎของ EDD ได้ 2-1-3-5-4-6-7-8 และเวลาที่งานแต่ละงานออกจากเครื่องจักร และเวลางานส่งไม่ทัน ดังแสดงในตารางที่ 7.11

ตารางที่ 7.11 ลำดับงานตามกฎของ EDD

งาน	เวลาในการผลิต (Processing Time : t_i)	กำหนดส่งงาน (Due Date : d_i)	เวลาที่งานออกจากเครื่อง (Completion Time : C_i)	จำนวนชั่วโมงที่ส่งไม่ทัน (Lateness : L_i)
2	8	10	8	–2
1	5	15	13	–2
3	6	15	19	4
5	10	20	29	9
4	3	25	32	7
6	14	40	46	6
7	7	45	53	8
8	3	50	56	6

ซึ่งมีจำนวนงานที่ส่งไม่ทันเพิ่มขึ้นจากการจัดลำดับด้วยกฎ SPT จาก 4 งานเป็น 6 งาน ในขณะที่เวลาที่ส่งไม่ทันของงานที่ช้าที่สุด (Maximum Tardiness) ลดลงจาก 22 ชั่วโมงเหลือเพียง 9 ชั่วโมง แต่เวลางานคลาดกำหนดส่งโดยเฉลี่ยเพิ่มจาก –3.625 ชั่วโมงเป็น 4.5 ชั่วโมง

1.4 การจัดลำดับงานโดยวิธี เวลาส่วนเหลือ (Slack Time)

เทคนิคนี้ใช้เมื่อต้องการให้ Mean Lateness และ Mean Tardiness มีค่าต่ำสุด

กฎการจัดลำดับการทำงานของงาน n งานบนเครื่องจักรเครื่องเดียวเพื่อให้เวลางานคลาดเคลื่อนและส่งไม่ทันเฉลี่ยมีค่าน้อยที่สุดได้แก่กฎของเวลาส่วนเหลือ (Slack Time) ซึ่งคำนวณได้จากสมการที่ (7.14)

$$SL_i = \text{เวลาที่เหลือก่อนกำหนดส่งงาน} - \text{เวลาในการทำงาน}$$

$$SL_i = d_i - T_{NOW} - t_i \qquad (7.14)$$

เมื่อ T_{NOW} คือ เวลา ณ จุดที่กำลังจัดลำดับงานอยู่

ตัวอย่างที่ 7.6 การจัดลำดับงานตามกฎ Slack Time

จงจัดลำดับงานทั้ง 8 งานในตัวอย่างที่ 7.5 บนเครื่องจักร 1 ตามกฎ Slack Time โดยกำหนดให้เวลาที่กำลังจัดลำดับงานนี้อยู่ ณ $T_{NOW} = 0.00$

ลำดับงานตามกฎของ Slack Time เหมือนกับกรณีที่จัดด้วยกฎ EDD คือ 2-1-3-5-4-6-7-8 และเวลาที่งานแต่ละงานออกจากเครื่องจักร และเวลางานส่งไม่ทัน ดังแสดงในตารางที่ 7.12

ตารางที่ 7.12 ลำดับงานตามกฎของ Slack Time

งาน	เวลาในการผลิต (Processing Time: t_i)	กำหนดส่งงาน (Due Date: d_i)	เวลาที่เหลือ (Slack Time: SL_i)	เวลาออกจากเครื่อง (Completion Time: C_i)	ชั่วโมงที่ส่งไม่ทัน (Tardiness: T_i)
2	8	10	2	8	0
3	6	15	9	14	0
1	5	15	10	19	4
5	10	20	10	29	9
4	3	25	22	32	7
6	14	40	26	46	6
7	7	45	38	53	8
8	3	50	47	56	6

เวลาเฉลี่ยของจำนวนชั่วโมงที่ส่งไม่ทันเท่ากับ (4 + 9 + 7 + 6 + 8 + 6)/8 = 5.00 ชั่วโมง

1.5 การจัดลำดับงานโดยวิธี Hodgson's Algorithm

เทคนิคนี้ใช้เมื่อต้องการให้จำนวนชิ้นงานที่ส่งไม่ทันมีน้อยที่สุด

ขั้นตอนที่ 1 : จัดลำดับงานตามกฎ EDD ถ้าจัดแล้วส่งงานไม่ทันเลย หยุดและลำดับที่ได้คือที่ดีที่สุด ถ้ามี ทำขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 2 : บ่งชี้งานที่ส่งไม่ทันงานแรก (งานที่ Lateness : L_i มีค่าเป็นบวก) โดยเริ่มจากลำดับที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 แล้วไปขั้นตอนที่ 3 ถ้าไม่พบอีกเลย ไปขั้นตอนที่ 4

ขั้นตอนที่ 3 : สมมติว่างานที่ส่งไม่ทันงานแรกที่พบอยู่ลำดับที่ i ของงานทั้งหมด ให้เลือกงานที่ใช้เวลาในการผลิต (t_i) มากที่สุดจากงานที่ 1 ถึงงานที่ i ออกจากการจัดลำดับงาน แล้วคำนวณเวลาที่งานออกจากเครื่อง (C_i) เวลาที่ส่งไม่ทัน (L_i) ของงานที่เหลือใหม่ แล้วย้อนไปที่ขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 4 : นำงานที่ถูกเลือกออกทั้งหมดไปต่อท้ายลำดับที่เหลือในลำดับที่เหมาะสม

ตัวอย่างที่ 7.7 การใช้ Hodgson's Algorithm

จงจัดลำดับงานทั้ง 8 งานในตัวอย่างที่ 7.5 โดยใช้ Hodgson's Algorithm

ขั้นตอนที่ 1 : จัดลำดับงานตามกฎของ EDD ได้ 2-1-3-5-4-6-7-8 ซึ่งพบว่ามีงานที่ส่งไม่ทันกำหนดถึง 6 งาน ดังแสดงในตารางที่ 7.13

ตารางที่ 7.13 จัดลำดับงานตามกฎของ EDD ขั้นตอนที่ 1

งาน	2	1	3	5	4	6	7	8
เวลาในการผลิต; t_i	8	5	6	10	3	14	7	3
เวลาที่งานออกจากเครื่อง; C_i	8	13	19	29	32	46	53	56
กำหนดส่งงาน; d_i	10	15	15	20	25	40	45	50
จำนวนชั่วโมงที่ส่งไม่ทัน; L_i	–2	–2	4	9	7	6	8	6

ขั้นตอนที่ 2 และขั้นตอนที่ 3 : งานที่ส่งไม่ทันงานแรกคืองานที่ 3 จากลำดับงานก่อนหน้างานที่ 2 เป็นงานที่มีเวลาการผลิตนานที่สุด ดังนั้นให้นำงานที่ 2 ออกจากลำดับ และคำนวณกำหนดต่างๆ ใหม่ได้ดังแสดงในตารางที่ 7.14

ตารางที่ 7.14 จัดลำดับงานขั้นตอนที่ 2

งาน		1	3	5	4	6	7	8
เวลาในการผลิต; t_i		5	6	10	3	14	7	3
เวลาที่งานออกจากเครื่อง; C_i		5	11	21	24	38	45	48
กำหนดส่งงาน; d_i		15	15	20	25	40	45	50
จำนวนชั่วโมงที่ส่งไม่ทัน; L_i		–10	–4	1	–1	–2	0	–2

งานที่ส่งไม่ทันคืองานที่ 5 และระหว่างงานที่ 1, 3 และ 5 งานที่ 5 เป็นงานที่มีเวลาในการผลิตนานที่สุด จึงต้องนำออกจากลำดับ และคำนวณกำหนดต่างๆ ใหม่ได้ดังแสดงในตารางที่ 7.15

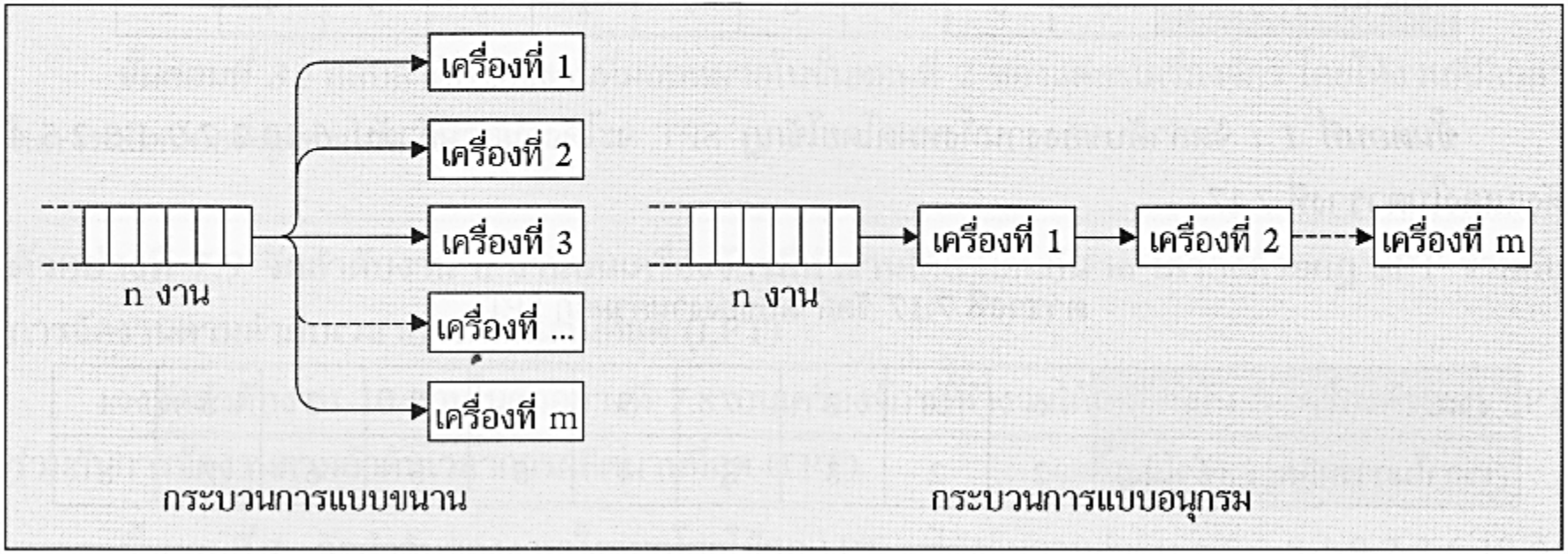
ตารางที่ 7.15 จัดลำดับงานขั้นตอนที่ 3

งาน	1	3	4	6	7	8		
เวลาในการผลิต; t_i	5	6	3	14	7	3		
เวลาที่งานออกจากเครื่อง; C_i	5	11	14	28	35	38		
กำหนดส่งงาน; d_i	15	15	25	40	45	50		
จำนวนชั่วโมงที่ส่งไม่ทัน; L_i	-10	–4	–11	–12	–10	–12		

จากการจัดลำดับใหม่นี้พบว่าไม่มีงานที่ส่งไม่ทันอยู่อีก ดังนั้นลำดับงานในชุดแรกจึงเป็น 1-3-4-6-7-8 จากนั้นนำงานที่นำออกกลับมาต่อท้ายในลำดับที่ต้องการ ในที่นี้จะนำงานที่ 2 และงานที่ 5 เข้ามาตามลำดับ เพราะจะทำให้เวลาเฉลี่ยของงานในระบบ เวลางานคลาดเคลื่อนจากกำหนดส่งเฉลี่ย และเวลาที่ส่งไม่ทันมากที่สุด เท่ากับ 29.125, 1.625 และ 36 ชั่วโมง ตามลำดับ (ถ้านำงานที่ 5 และงานที่ 2 เข้ามาตามลำดับ จะได้เวลาเฉลี่ยของงานในระบบ และเวลางานคลาดเคลื่อนจากกำหนดส่งเฉลี่ย 29.375 และ 1.875 ชั่วโมง มีเวลาส่งไม่ทันมากที่สุด 38 ชั่วโมง) จากการจัดด้วยวิธีนี้จะมีงานที่ส่งไม่ทันเพียง 2 งานเท่านั้น

2. การจัดลำดับงานจำนวน n งานบนเครื่องจักร m เครื่อง

- กระบวนการผลิตแบบขนานกัน (Parallel Processors) เป็นสถานการณ์ที่เครื่องจักรทั้ง m เครื่องตั้งขนานกัน และงานแต่ละงานต้องผ่านอย่างน้อยหนึ่งเครื่อง
- กระบวนการอนุกรม (Serial Processors) เป็นสถานการณ์ที่เครื่องจักรตั้งเรียงกัน และงานแต่ละงานต้องผ่านเครื่องจักรเหล่านั้นตามลำดับ



รูปที่ 7.5 กระบวนการผลิตแบบขนานและแบบอนุกรม

2.1 กระบวนการผลิตแบบขนานกัน (Parallel Processors)

- การประยุกต์ใช้วิธี SPT
- การประยุกต์ใช้วิธี SPT + LPT (Longest Processing Time)
- การประยุกต์ใช้วิธี EDD

2.1.1 การประยุกต์ใช้วิธี SPT เพื่อให้เวลางานเฉลี่ยในระบบ (Mean Flow Time) น้อยที่สุด

ขั้นตอนที่ 1 : จัดลำดับของงานทั้งหมดโดยใช้กฎ SPT

ขั้นตอนที่ 2 : มอบหมายงานให้เครื่องจักรที่มีงานอยู่น้อยที่สุด (ถ้าเท่ากันให้เลือกได้เลย) จากงานที่จัดลำดับไว้ในขั้นตอนที่ 1 ทีละงานตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 7.8 จัดลำดับงาน n งานบนเครื่องจักรที่ทำงานได้เหมือนกัน m เครื่องด้วยกฎ SPT

จงจัดลำดับงาน 10 งานบนเครื่องจักรที่ทำงานได้เหมือนกัน 3 เครื่องที่ตั้งขนานกันด้วยกฎ SPT เมื่อกำหนดเวลาในการผลิตของงานดังตารางที่ 7.16

ตารางที่ 7.16 กำหนดเวลาในการผลิตของงาน

งาน; i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
เวลาในการผลิต; t_i	5	6	3	8	7	2	3	5	4	2

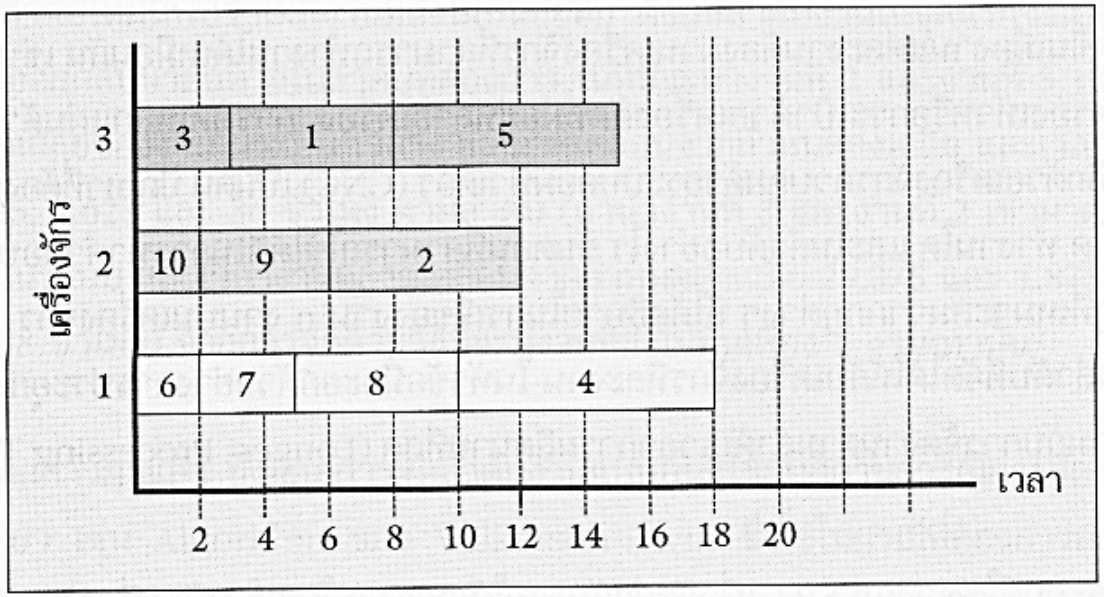
ขั้นตอนที่ 1 : จัดลำดับของงานทั้งหมดโดยใช้กฎ SPT จะได้งานตามลำดับ 6-10-3-7-9-1-8-2-5-4 ดังแสดงในตารางที่ 7.17

ตารางที่ 7.17 จัดลำดับของงานตามกฎ SPT

งาน; i	6	10	3	7	9	1	8	2	5	4
เวลาในการผลิต; t_i (ชั่วโมง)	2	2	3	3	4	5	5	6	7	8

ขั้นตอนที่ 2 : มอบหมายงานให้เครื่องจักรที่มีงานอยู่น้อยที่สุด ได้ผลลัพธ์ดังแสดงในแผนภูมิแกนต์ (Gantt Chart) ในรูปที่ 7.6

i น้อยสุดขึ้นก่อน



จะได้ $\bar{F} = 8.1$ ชั่วโมง

และ $M_S = 18$ ชั่วโมง

รูปที่ 7.6 แผนภูมิแกนต์ (Gantt Chart) ตัวอย่างที่ 7.8

2.1.2 การประยุกต์ใช้วิธี SPT + LPT (Longest Processing Time)

เพื่อให้เวลางานเฉลี่ยในระบบ (Mean Flow Time) น้อยที่สุด และลดเวลาในการผลิตรวม (Make Span) แต่อาจไม่ต่ำสุด

ขั้นตอนที่ 1 : จัดลำดับของงานทั้งหมดโดยใช้กฎ LPT (งานที่ใช้เวลามากที่สุดก่อน)

ขั้นตอนที่ 2 : มอบหมายงานให้เครื่องจักรที่มีงานอยู่น้อยที่สุด (ถ้าเท่ากันให้เลือกได้เลย) จากงานที่จัดลำดับไว้ในขั้นตอนที่ 1 ทีละงานตามลำดับ

ขั้นตอนที่ 3 : สลับลำดับของงานที่มอบหมายในขั้นตอนที่ 2 ของแต่ละเครื่องจักร โดยให้งานที่มีเวลาในการผลิตน้อยที่สุดทำก่อน (SPT)

ตัวอย่างที่ 7.9 จัดลำดับงาน n งานบนเครื่องจักรที่ทำงานได้เหมือนกัน m เครื่องด้วยกฎ SPT ร่วมกับการจัดงานตามลำดับเวลาการผลิตนานที่สุด (LPT)

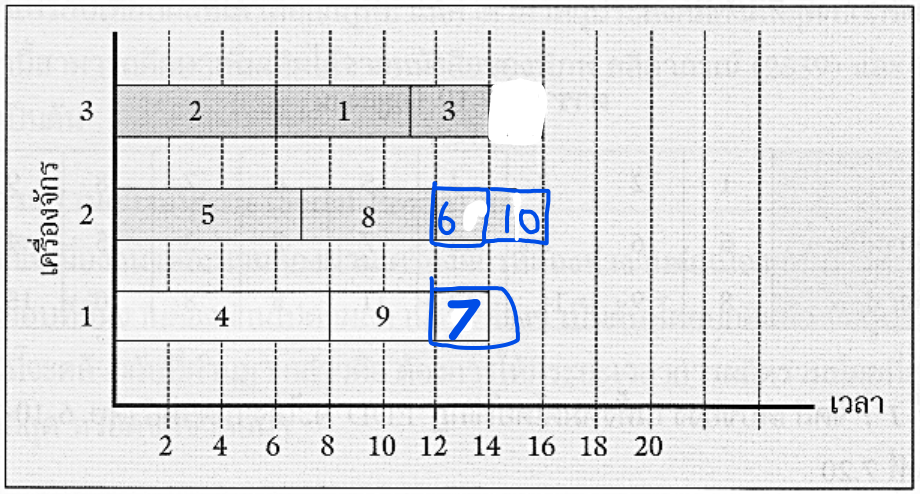
จงจัดลำดับงาน 10 งานในตัวอย่างที่ 7.8 บนเครื่องจักรที่ทำงานได้เหมือนกัน 3 เครื่องด้วยกฎ SPT ร่วมกับการจัดงานตามลำดับเวลาการผลิตนานที่สุด (LPT)

ขั้นตอนที่ 1 : จัดลำดับของงานทั้งหมดโดยใช้กฎ LPT จะได้งานตามลำดับ 4-5-2-8-1-9-7-3-6-10 ดังแสดงในตารางที่ 7.18

ตารางที่ 7.18 ลำดับของงานตามกฎ LPT

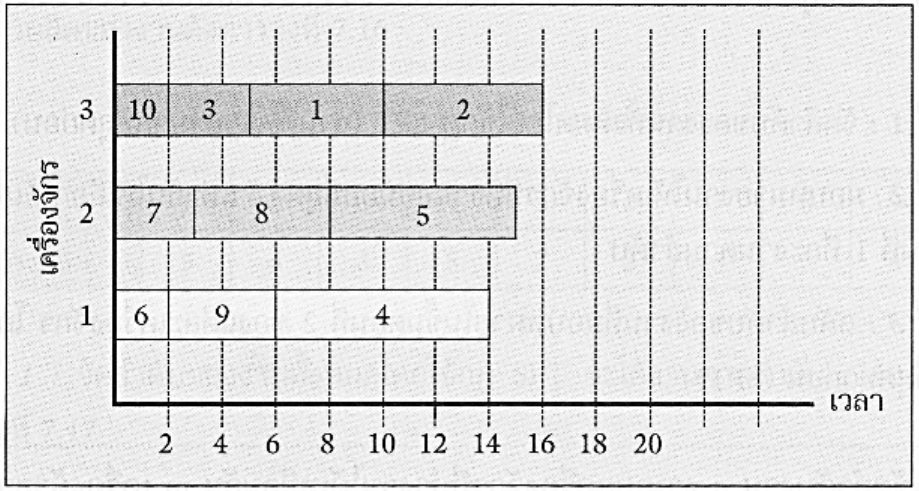
งาน; i	4	5	2	8	1	9	7	3	6	10
เวลาในการผลิต; t_i (ชั่วโมง)	8	7	6	5	5	4	3	3	2	2

ขั้นตอนที่ 2 : มอบหมายงานให้เครื่องจักรที่มีงานอยู่น้อยที่สุด ได้ผลลัพธ์ดังแสดงในแผนภูมิแกนต์ (Gantt Chart) ในรูปที่ 7.7



รูปที่ 7.7 แผนภูมิแกนต์ (Gantt Chart) ตัวอย่างที่ 7.9 ขั้นตอนที่ 2

ขั้นตอนที่ 3 : สลับลำดับของงานที่มอบหมายในขั้นตอนที่ 2 ของแต่ละเครื่องจักร โดยให้งานที่มีเวลาในการผลิตน้อยที่สุดทำก่อน (SPT) ได้ผลลัพธ์ดังแสดงในแผนภูมิแกนต์ (Gantt Chart) ในรูปที่ 7.8



รูปที่ 7.8 แผนภูมิแกนต์ (Gantt Chart) ตัวอย่างที่ 7.9 ขั้นตอนที่ 3

จะได้ $\bar{F} = 8.1$ ชั่วโมง

และ $M_S = 16$ ชั่วโมง

2.1.3 การประยุกต์ใช้วิธี EDD

เพื่อลดเวลาส่งงานล่าช้า (reduce the maximum Tardiness) แต่อาจไม่ต่ำสุด

ขั้นตอนที่ 1 : จัดลำดับของงานทั้งหมดโดยใช้กฎ EDD

ขั้นตอนที่ 2 : มอบหมายงานให้เครื่องจักรที่มีงานอยู่น้อยที่สุด (ถ้าเท่ากันให้เลือกได้เลย) จากงานที่จัดลำดับไว้ในขั้นตอนที่ 1 ทีละงานตามลำดับ

ตัวอย่างที่ 7.10 จัดลำดับงาน n งานบนเครื่องจักรที่ทำงานได้เหมือนกัน m เครื่องด้วยกฎ EDD

จงจัดลำดับงาน 10 งานในตัวอย่างที่ 7.8 บนเครื่องจักรที่ทำงานได้เหมือนกัน 3 เครื่องด้วยกฎ EDD เมื่อทราบข้อมูลดังตารางที่ 7.19

ตารางที่ 7.19 ข้อมูลงาน

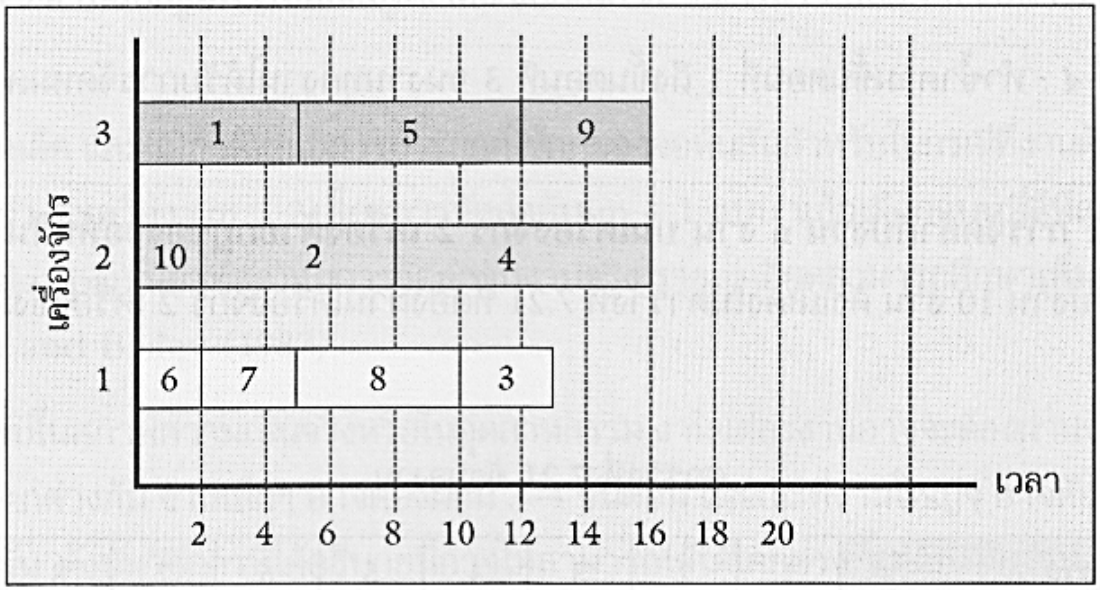
งาน; i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
เวลาในการผลิต; t_i	5	6	3	8	7	2	3	5	4	2
กำหนดส่ง; d_i	8	9	14	12	11	5	8	10	15	7

ขั้นตอนที่ 1 : จัดลำดับของงานทั้งหมดโดยใช้กฎ EDD จะได้งานตามลำดับ 6-10-1-7-2-8-5-4-3-9 ดังแสดงในตารางที่ 7.20

ตารางที่ 7.20 ลำดับงานตามกฎ EDD

งาน; i	6	10	1	7	2	8	5	4	3	9
เวลาในการผลิต; t_i	2	2	5	3	6	5	7	8	3	4
กำหนดส่ง; d_i	5	7	8	8	9	10	11	12	14	15

ขั้นตอนที่ 2 : มอบหมายงานให้เครื่องจักรที่มีงานอยู่น้อยที่สุด ได้ผลลัพธ์ดังแสดงในแผนภูมิแกนต์ (Gantt Chart) ในรูปที่ 7.9



รูปที่ 7.8 แผนภูมิแกนต์ (Gantt Chart) ตัวอย่างที่ 7.10

ผลลัพธ์ที่ได้จากการจัดวิธีนี้คือ มีงานส่งไม่ทันโดยเฉลี่ย งานส่งไม่ทันนานที่สุด และจำนวนงานที่ส่งไม่ทันเป็น 0.6 ชั่วโมง, 4 ชั่วโมง และ 3 งาน ตามลำดับ

2.2 กระบวนการผลิตแบบอนุกรม (Serial Processors)

ในที่นี้จะนำเสนอวิธีวิเคราะห์ในกรณีเครื่องจักร 2 เครื่องวางต่อเนื่องกัน

วิธีที่นิยมใช้สำหรับกรณี n งาน ที่ต้องผ่านเครื่องจักรต่อเนื่องกัน 2 เครื่องได้แก่ การจัดตามกฎของจอห์นสัน (Johnson's Rule) ซึ่งเป็นวิธีที่หาการจัดลำดับงานที่จะทำให้งานเสร็จเร็วที่สุดเมื่อมีข้อมูลว่าแต่ละงานใช้เวลาในการผลิตที่เครื่องที่ 1 และเครื่องที่ 2 ใช้เวลาเท่าใด ซึ่งมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 : จากงานทั้งหมด เลือกงานที่ใช้เวลาในการผลิตน้อยที่สุดทั้งที่เครื่องที่ 1 และเครื่องที่ 2

ขั้นตอนที่ 2 : ถ้างานที่ใช้เวลาในการผลิตน้อยที่สุดจากขั้นตอนที่ 1 อยู่ที่เครื่องที่ 1 ให้จัดงานนั้นใกล้กับจุดเริ่มต้นของลำดับงานทั้งหมดมากที่สุด ถ้างานที่ใช้เวลาการผลิตน้อยนั้นอยู่ที่เครื่องที่ 2 ให้จัดงานนั้นท้ายที่สุดในลำดับงานเท่าที่จะทำได้

ขั้นตอนที่ 3 : ลบงานนั้นออกจากรายชื่องานที่ต้องจัดลำดับทั้งหมด (ให้เหลือเฉพาะงานที่ต้องจัดต่อไป)

ขั้นตอนที่ 4 : ทำซ้ำตามขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 3 จนงานทุกงานได้รับการจัดหมด

ตัวอย่างที่ 7.11 การจัดลำดับงาน n งาน บนเครื่องจักร 2 เครื่องด้วยกฎของจอห์นสัน

จงจัดลำดับงาน 10 งาน ดังแสดงในตารางที่ 7.21 ที่ต้องผ่านเครื่องจักร 2 เครื่องซึ่งมีเวลาในการผลิตที่แต่ละเครื่อง

ตารางที่ 7.21 ข้อมูลงาน

งาน		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
เวลาในการผลิต (ชั่วโมง)	เครื่องที่ 1	3	6	2	7	6	5	5	3	6	10
	เครื่องที่ 2	5	2	8	6	6	9	4	2	8	4

ขั้นตอนที่ 1 : จากงานทั้งหมด เลือกงานที่ใช้เวลาในการผลิตน้อยที่สุดทั้งที่เครื่องที่ 1 และเครื่องที่ 2

ตารางที่ 7.21 ข้อมูลงาน

งาน		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
เวลาในการผลิต (ชั่วโมง)	เครื่องที่ 1	3	6	2	7	6	5	5	3	6	10
	เครื่องที่ 2	5	2	8	6	6	9	4	2	8	4

ขั้นตอนที่ 2 : ถ้างานที่ใช้เวลาในการผลิตน้อยที่สุดจากขั้นตอนที่ 1 อยู่ที่เครื่องที่ 1 ให้จัดงานนั้นใกล้กับจุดเริ่มต้นของลำดับงานทั้งหมดมากที่สุด ถ้างานที่ใช้เวลาการผลิตน้อยนั้นอยู่ที่เครื่องที่ 2 ให้จัดงานนั้นท้ายที่สุดในลำดับงานเท่าที่จะทำได้

3 8 2

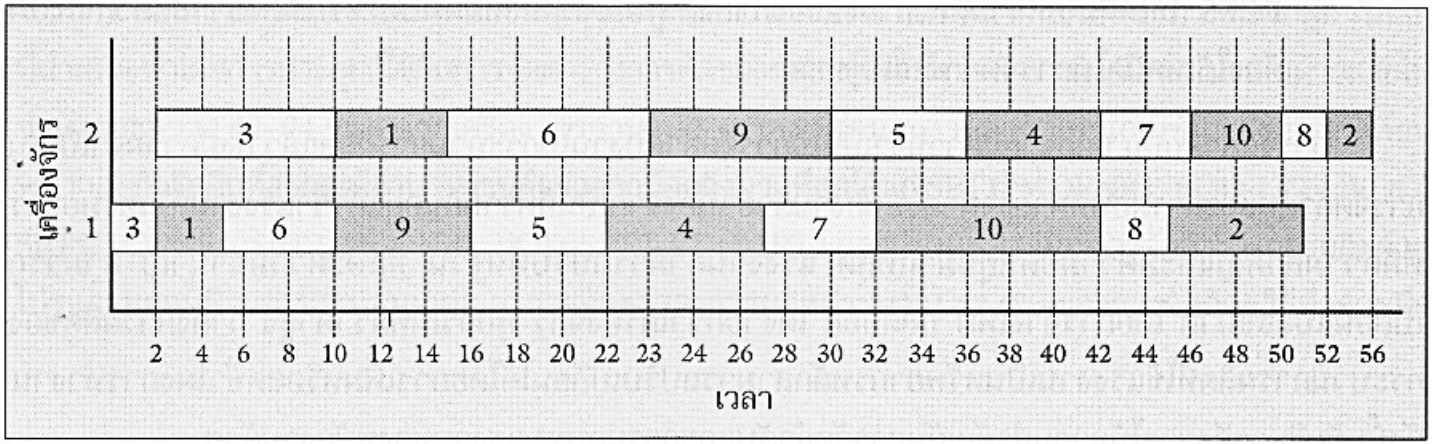
ขั้นตอนที่ 3 : ลบงานนั้นออกจากรายชื่องานที่ต้องจัดลำดับทั้งหมด (ให้เหลือเฉพาะงานที่ต้องจัดต่อไป)

ขั้นตอนที่ 4 : ทำซ้ำตามขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 3 จนงานทุกงานได้รับการจัดหมด

จัดลำดับด้วยวิธีการเดียวกัน (ทำซ้ำขั้นตอนที่ 1 ถึงขั้นตอนที่ 3) จากรายชื่องานที่เหลือจนจัดลำดับงานได้ครบทุกงาน ซึ่งจะได้ดังแสดงด้านล่าง

3 1 6 9 5 4 7 10 8 2

เมื่อเขียนแผนภูมิแกนต์ ดังแสดงในรูปที่ 7.8 จะทำให้เห็นได้ชัดเจนว่าเวลาที่ต้องใช้ในการผลิตงานทั้งหมดเท่ากับ 56 ชั่วโมง



- SPT ใช้เมื่อกระบวนการผลิตมีการใช้งานอย่างเต็มที่ และมักมีงานที่ต้องรอค่อนข้างมาก ทั้งนี้เพราะกฎนี้มีแนวโน้มที่จะทำให้เวลาเฉลี่ยของงานในระบบมีค่าต่ำที่สุด ดังนั้นจึงส่งผลให้จำนวนงานระหว่างการผลิต (Work In Process : WIP) ลดลงด้วย
- SLACK ใช้ได้ดีเมื่อกำลังการผลิตไม่จำกัดมากนัก และงานมีกำหนดส่งที่ค่อนข้างแน่นอน
- EDD ใช้เมื่อต้องการให้ระยะเวลาที่งานส่งไม่ทันมีค่าน้อย หรือเมื่อมีค่าใช้จ่าย เช่น ค่าปรับเป็นรายหน่วยเวลาที่ส่งไม่ทัน เช่น รายชั่วโมง รายวัน รายสัปดาห์ เป็นต้น แต่วิธีนี้มักจะทำให้จำนวนงานที่ส่งไม่ทันเพิ่มขึ้น
- LPT ใช้เมื่อมีการจ้างผู้รับเหมาช่วงได้เมื่อมีงานที่ทำไม่ทันตามกำหนด เพื่อให้งานที่ต้องใช้เวลาในการผลิตนานได้ทำก่อน และงานที่เหลือเมื่อใกล้ถึงกำหนดส่งเป็นงานที่ใช้เวลาไม่มาก การส่งไปทำข้างนอกจึงควบคุมเวลาได้ง่ายกว่า
- FCFS ใช้ได้ดีเมื่อความต้องการใช้ของกำลังการผลิตที่มีทั้งหมดมีไม่มาก เนื่องจากสะดวกและไม่ต้องใช้เทคนิคในการจัดลำดับให้ยุ่งยาก

การจัดลำดับนั้น นอกจากมีความจำเป็นในการจัดลำดับงานในกระบวนการผลิตแล้ว ยังมีความจำเป็นในการจัดลำดับและการมอบหมายงานของพนักงานด้วย